



عنوان: آموزش مساحت در ریاضی درس‌هایی از سقراط و منون

سجاد عبدی‌زاده^۱، محمدحسن کریمی^۲، فریبا خوشبخت^۳ و محمد حسن حقیقی^۴

چکیده

اطلاعات مربوط به

مقاله

کلید واژگان

سقراط، افلاطون، آموزش، مساحت

این مقاله به بررسی روش‌های مختلف آموزش مساحت در ریاضیات، به ویژه از دیدگاه سقراطی و رویکردهای مبتنی بر این‌همانی می‌پردازد. هدف اصلی، ارتقاء درک مفهومی دانش‌آموزان از مساحت اشکال هندسی است که در بسیاری از موارد از طریق حفظ فرمول‌ها و روش‌های سطحی انجام می‌شود. با توجه به اهمیت تفکر انتقادی و حل مسئله، در این مقاله از روش‌های سقراطی استفاده شده تا دانش‌آموزان نه تنها قادر به استفاده از فرمول‌ها، بلکه توانمند در کشف و استدلال مفاهیم هندسی باشند. با استفاده از مثال‌ها و تمرین‌های مختلف، فرآیندهای آموزشی مرتبط با مساحت مربع، مستطیل، مثلث و متوازی‌الاضلاع بررسی شده است. همچنین، در این مقاله به اهمیت استفاده از روش این‌همانی در آموزش مساحت پرداخته شده است تا دانش‌آموزان از طریق مقایسه و تطابق ویژگی‌های هندسی، روابط مختلف مساحت را بهتر درک کنند.

^۱. نویسنده مسئول: دانشجوی دکتری فلسفه تعلیم و تربیت دانشگاه شیراز، فارس، ایران saa80232@gmail.com
^۲. استادیار فلسفه تعلیم و تربیت دانشکده علوم تربیتی و روانشناسی دانشگاه شیراز، فارس، ایران karimivoice@shirazu.ac.ir
^۳. دانشیار دانشکده علوم تربیتی و روانشناسی دانشگاه شیراز، فارس، ایران khoshbakht@shirazu.ac.ir
^۴. دانشیار دانشکده علوم پایه، بخش ریاضی، دانشگاه شیراز، فارس، ایران shirdareh@shirazu.ac.ir

مقدمه

مساحت یکی از مفاهیم پایه‌ای و کلیدی در ریاضیات است که به‌ویژه در زمینه هندسه کاربرد فراوانی دارد. این مفهوم نه تنها به‌عنوان اساسی‌ترین مؤلفه‌های هندسی شناخته می‌شود، بلکه برای درک مفاهیم پیچیده‌تر ریاضی همچون حجم، مساحت سطح و انتگرال‌ها نیز ضروری است. به‌طور خاص، در بسیاری از رشته‌های علمی و صنعتی، مانند معماری، مهندسی، طراحی شهری و کشاورزی، مساحت به‌عنوان ابزاری حیاتی در تحلیل فضا و منابع مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۱- مساحت در ریاضیات

۱-۱- اهمیت مساحت در ریاضیات

مساحت به‌عنوان مفهومی بنیادی در هندسه، نقش محوری در آموزش ریاضیات ایفا می‌کند. در واقع، درک صحیح و عمیق مساحت موجب تسهیل یادگیری دیگر مفاهیم هندسی و ریاضی می‌شود و به‌عنوان پایه‌ای برای فهم مسائل پیشرفته‌تر در ریاضیات عمل می‌کند. این مفاهیم به‌ویژه در مسائل کاربردی، نظیر طراحی و اندازه‌گیری فضاها، محاسبات مهندسی و تحلیل زمین‌های کشاورزی، حیاتی هستند. لذا آموزش صحیح مساحت نه تنها به توسعه مهارت‌های ریاضی کمک می‌کند، بلکه به توسعه تفکر انتقادی و حل مسئله در دانش‌آموزان نیز منجر می‌شود (Van Hiele, 1986).

۱-۲- چالش‌ها در آموزش مساحت

یکی از چالش‌های عمده در آموزش مساحت، تمرکز بیش‌ازحد بر حفظ فرمول‌ها و روابط عددی است که دانش‌آموزان را از درک مفاهیم عمیق‌تر باز می‌دارد. در این رویکرد، دانش‌آموزان به‌جای درک ساختار و مفاهیم اصلی مساحت، تنها به حفظ فرمول‌ها پرداخته و ارتباط مفهومی بین فرمول‌ها و مفاهیم هندسی را نمی‌فهمند. این رویکرد می‌تواند به مشکلاتی در حل مسائل پیچیده‌تر و درک عمیق‌تر مفاهیم منجر شود (Schoenfeld, 1992). علاوه بر این، بسیاری از شیوه‌های سنتی تدریس مساحت، فاقد ارتباطات معنادار با کاربردهای واقعی آن در دنیای بیرون هستند. این امر باعث می‌شود که دانش‌آموزان درک محدودی از کاربردهای عملی مساحت در زندگی روزمره داشته باشند.

۱-۳- نیاز به رویکردهای نوین در تدریس مساحت

برای غلبه بر چالش‌های فوق و ارتقای کیفیت تدریس مساحت، نیاز به رویکردهای نوین و فعال داریم. یکی از این رویکردها، روش‌های کشفی و فعال است که در آن دانش‌آموزان به‌طور مستقیم در فرآیند یادگیری مشارکت می‌کنند و از طریق تجربیات عملی و حل مسئله، مفاهیم ریاضی را کشف می‌کنند. این روش به‌جای انتقال صرف اطلاعات، به دانش‌آموزان این امکان را می‌دهد که از طریق پرسشگری و تفکر انتقادی، به درک عمیق‌تری از مفاهیم هندسی و مساحت دست یابند. همچنین استفاده از ابزارهای دیجیتال و نرم‌افزارهای شبیه‌سازی هندسی، می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم مساحت را به‌صورت بصری و تجربی درک کنند و ارتباط بیشتری با کاربردهای واقعی این مفاهیم برقرار کنند.



۲- مبانی فلسفی تعلیم و تربیت و تأثیر آن بر آموزش مفاهیم ریاضی

بحث در باب چیستی و چگونگی تعلیم و تربیت از دیرباز مورد توجه اندیشمندان و فیلسوفان بوده است. باین حال، در این زمینه اتفاق نظر چندانی وجود نداشته و این مسئله همواره محل مناقشه بوده است. به طور کلی، تعلیم و تربیت را می توان فرآیندی دوسویه دانست که از یک سو معلم یا مربی، و از سوی دیگر شاگرد یا متعلم در آن نقش دارند. از آنجا که هر دو قطب این فرآیند را انسان تشکیل می دهد، شناخت تعلیم و تربیت مستلزم شناخت انسان و ابعاد وجودی اوست. این مسئله یکی از مهم ترین دغدغه های متفکران در طول تاریخ بوده است، به گونه ای که فیلسوفانی همچون ایمانوئل کانت، حیات فکری خود را صرف پاسخ به پرسش هایی نظیر «چه می توانم بدانم؟»، «چه باید بکنم؟»، «به چه چیزی می توان امید داشت؟» و در نهایت «انسان چیست؟» کرده اند.

شناخت انسان نیز بدون در نظر گرفتن مبانی هستی شناختی امکان پذیر نیست. در طول تاریخ، مکاتب مختلف فلسفی بسته به مبانی و اصول خود، رویکردهای متفاوتی نسبت به انسان و تعلیم و تربیت اتخاذ کرده اند. یکی از نخستین فیلسوفانی که به طور منسجم و نظام مند به بررسی تعلیم و تربیت پرداخت، افلاطون^۱ بود. وی از برجسته ترین اندیشمندان تاریخ فلسفه به شمار می رود که تأثیر گسترده ای بر فیلسوفان و متفکران پس از خود داشته است. نفوذ آرای وی تا بدان حد است که حتی در دوره ی رنسانس، اندیشمندان با ترجمه ی آثار او از یونانی به لاتین و تأسیس آکادمی های فلسفی، به احیای اندیشه های او پرداختند. در همین راستا، آلفرد نورث وایتهد، فیلسوف و ریاضیدان انگلیسی، در توصیف جایگاه افلاطون در سنت فلسفی غرب اظهار می دارد: «تمامی تاریخ فلسفه ی اروپا چیزی جز مجموعه ای از پانوشتهای فلسفه ی افلاطون نیست» (اگر بی^۲، ۲۰۱۸).

در فلسفه ی افلاطون، جهان محسوسات صرفاً ظاهری از حقیقت است و شناخت حقیقی به آن تعلق نمی گیرد. آنچه واقعیت راستین تلقی می شود، در عالم معقولات یا همان مُثُل قرار دارد و تنها از طریق عقل قابل درک است (هنری، ۱۳۶۴، ص ۷۴-۷۵). بر این اساس، افلاطون که تحت تأثیر آرای سقراط^۳ بود، بر این باور بود که یادگیری، نه فرآیندی متکی بر دریافت دانش جدید، بلکه نوعی «یادآوری» است. وی معتقد بود که ارواح انسان ها پیش از ورود به این جهان، در عالم مُثُل، مفاهیم حقیقی را درک کرده اند و آنچه در این جهان می آموزند، در حقیقت یادآوری همان مفاهیمی است که در عالم مُثُل به آن ها آموخته شده است (فاخوری و جر، ۱۳۸۳، ص ۵۳).

این نگاه افلاطونی، که در نظریه ی مُثُل و روش استقرای سقراطی ریشه دارد، تأثیر قابل توجهی بر حوزه های مختلف معرفت بشری، از جمله ریاضیات و هندسه، داشته است. از نظر افلاطون، دانش ریاضی متشکل از ساختارهایی مستقل از ذهن انسان است که حقیقی مجرد را بازتاب می کنند. بر این اساس، وی ریاضیات را ابزاری ضروری برای گذر از عالم محسوس به عالم معقول می داند (داوری اردکانی، ۱۳۷۴، ص ۶۰). این نگرش بعدها در هندسه ی اقلیدسی تجلی یافت، به گونه ای که اقلیدس، که از شاگردان مکتب افلاطونی بود، اصولی را برای هندسه تدوین

^۱. plato^۲. Oglesby^۳. Socrates

کرد که قرن‌ها به‌عنوان مبنای آموزش این دانش مورد استفاده قرار گرفت. وی مجموعه‌ای از بدیهیات را تحت عنوان «اصول متعارفه» و «اصول موضوعه» ارائه داد و سایر گزاره‌های هندسی را بر اساس این اصول استنتاج نمود. این اصول، به عقیده‌ی اقلیدس، اموری قطری و بدیهی بودند که در نهاد هر انسانی، پیش از ورود به این جهان، وجود داشته‌اند (بارکر، ۱۳۴۹).

این دیدگاه، که بعدها با عنوان افلاطون‌گرایی در ریاضیات شناخته شد، بر شیوه‌های آموزش ریاضیات نیز تأثیر بسزایی داشت. به‌ویژه در آموزش هندسه، روش سقراطی به‌عنوان رویکردی مبتنی بر کشف و دیالوگ، جایگزین مناسبی برای روش‌های سنتی مبتنی بر انتقال مستقیم دانش محسوب می‌شود. در این مقاله، با بررسی دیالوگ منون^۱ و بهره‌گیری از روش سقراطی، الگویی برای آموزش مفاهیم مساحت ارائه خواهد شد. این الگو بر مشارکت فعال دانش‌آموزان، طرح پرسش‌های هدایت‌کننده، و ایجاد فرصت‌هایی برای کشف تدریجی مفاهیم ریاضی تأکید دارد. به این ترتیب، کوشش خواهد شد تا نشان داده شود که چگونه می‌توان از رویکردهای فلسفی افلاطون و سقراط برای ارتقای درک مفاهیم ریاضی، به‌ویژه در زمینه‌ی هندسه و مساحت، بهره جست.

۳- معرفی سقراط و منون و توضیح خلاصه‌ای از گفتگو بین آنها.

سقراط یکی از بزرگ‌ترین فلاسفه یونان باستان و بنیان‌گذار مکتب فلسفی سقراطی است. او به خاطر شیوه‌ی خاص خود در تعلیم و تربیت که مبتنی بر پرسش و پاسخ است، شناخته می‌شود. سقراط به‌جای آنکه اطلاعات را به شاگردان خود انتقال دهد، از طریق پرسش‌هایی پیچیده سعی می‌کرد تا آن‌ها را به تفکر و کشف حقیقت هدایت کند. این روش به نام "روش سقراطی" شناخته می‌شود و هدف آن جلب توجه به اهمیت خودآگاهی و پرسشگری در فرآیند یادگیری است.

منون یکی از شخصیت‌های مطرح در دیالوگ‌های سقراط است که در دیالوگ "منون" به گفتگویی مهم با سقراط می‌پردازد. منون در این دیالوگ یک مرد ثروتمند و نجیب‌زاده است که به سقراط در مورد مفهوم فضیلت و چگونگی آموختن آن سوال می‌کند. گفتگوی آن‌ها به‌ویژه به چالش‌های مربوط به آموزش و یادگیری می‌پردازد.

۳-۱- بازخوانی گفتگوی سقراط و منون

کتاب «منون» افلاطون محاوره سقراط با منون؛ شاگرد گرگیاس است. موضوع این مناظره «فضیلت» است. در گفتگوی سقراط و منون مسئله امکان تحقیق که یک مسئله معرفت‌شناختی است مطرح می‌شود. ابتدا منون می‌پرسد: «سقراط، می‌توانی به من بگویی که فضیلت آموختنی است یا آموختنی نیست؟ و از راه تمرین بدست می‌آید یا نه؟ و یا اینکه از راه تمرین حاصل نمی‌شود بلکه با آدمی خلق شده و جزء طبیعت اوست، یا به نحوی دیگر پدید می‌آید؟»

در رساله منون، سقراط مطابق با روش مآلوف خود، بحث را با اظهار نادانی درباره فضیلت آغاز کرده و این پرسش بنیادین را مطرح می‌کند که «فضیلت چیست؟». این پرسش، نقطه آغاز دیالوگ دیالکتیکی میان او و منون است که در آن، سقراط با طرح سؤالات هدایت‌شده و رویکردی

^۱. Meno



نقادانه، به واکاوی تعاریف مختلف فضیلت می‌پردازد. در پاسخ به این پرسش، منون با استناد به آموزه‌های گریکس، بیان می‌کند که فضیلت، مفهومی یکپارچه و همگن نیست، بلکه انواع و مصادیق متعددی دارد. او فضیلت مردان را از فضیلت زنان، فضیلت کودکان را از فضیلت سالخورده‌گان و فضیلت هر طبقه اجتماعی را از سایرین متمایز می‌داند. سقراط با استفاده از روش استقرایی و ارائه مثال‌هایی، این دیدگاه را به چالش می‌کشد و استدلال می‌کند که همان‌گونه که انواع گوناگون زنبورها با وجود تفاوت‌های ظاهری، در ذات خود همگی زنبور محسوب می‌شوند، تمامی مصادیق فضیلت نیز باید جوهره‌ای مشترک داشته باشند.

در ادامه، منون تلاش می‌کند تعریفی جامع‌تر ارائه دهد و بیان می‌کند: «چنانچه بخواهیم تعریفی عام و همه‌شمول از فضیلت ارائه دهیم، می‌توان گفت که فضیلت عبارت است از توانایی فرمانروایی بر دیگران». سقراط با رویکردی نقادانه، این تعریف را نیز مورد ارزیابی قرار داده و به نقص آن اشاره می‌کند. او نشان می‌دهد که فرمانروایی تنها در صورتی می‌تواند فضیلت محسوب شود که بر اساس اصول عدالت و خردمندی باشد؛ در غیر این صورت، صرف توانایی تسلط بر دیگران نمی‌تواند معیار فضیلت باشد.

پس از ناکامی در تعریف فضیلت، منون به آرای شاعران متوسل شده و می‌گوید: «فضیلت آن است که انسان از زیبایی لذت ببرد و بتواند آن را به دست آورد». سقراط در نقد این تعریف نیز استدلال می‌کند که اگر فضیلت به معنای کسب زیبایی باشد، این امر باید از طریق شیوه‌ای نیک و عادلانه صورت گیرد؛ در غیر این صورت، حتی کسانی که از طریق نادرست و ناعادلانه به زیبایی دست می‌یابند نیز باید فاضل محسوب شوند، که این نتیجه‌گیری قابل پذیرش نیست.

منون که از ارائه تعریفی جامع و مقبول از فضیلت بازمانده است، دچار نوعی حیرت فلسفی می‌شود و سقراط را به ماهی برق‌دار تشبیه می‌کند که در هنگام تماس با دیگران، آن‌ها را دچار نوعی کرختی و سردرگمی می‌کند. در این مرحله، او از سقراط می‌خواهد که خود فضیلت را تعریف کند. سقراط، مطابق با رویکرد خاص خود، از پذیرش نقش تعلیم‌دهنده سر باز زده و پیشنهاد می‌دهد که این موضوع را به‌صورت مشترک مورد بررسی قرار دهند، چراکه خود نیز ادعا نمی‌کند که به معرفت قطعی درباره فضیلت دست یافته است.

در همین راستا، پارادوکس منون مطرح می‌شود که بیان می‌کند: «اگر انسان بداند که چه چیزی را جستجو می‌کند، دیگر نیازی به تحقیق ندارد؛ و اگر نداند که به دنبال چیست، چگونه می‌تواند آن را بشناسد؟» این پارادوکس، امکان هرگونه تحقیق و پژوهش را نفی می‌کند، زیرا در حالت نخست، جستجو غیرضروری و در حالت دوم، ناممکن خواهد بود. راه‌حلی که افلاطون برای حل این پارادوکس ارائه می‌دهد، نظریه یادآوری است که بر اساس آن، یادگیری در حقیقت به معنای یادآوری معرفتی است که پیش از ورود به این جهان، در عالمی دیگر وجود داشته است.

افلاطون این نظریه را طی سه مرحله تبیین می‌کند: در نخستین مرحله، او نظریه یادآوری را معرفی کرده و استدلال می‌کند که نفس انسان پیش از تولد، واجد نوعی معرفت فطری بوده است. در مرحله دوم، سقراط برای اثبات این مدعا، غلام منون را به‌عنوان نمونه‌ای تجربی مورد آزمون قرار می‌دهد. او با طرح سؤالاتی درباره مساحت اشکال هندسی، غلام را به جایی می‌رساند که بدون آموزش مستقیم، بتواند پاسخ صحیح

را استنتاج کند. در مرحله پایانی، سقراط دوباره به نظریه یادآوری بازمی‌گردد و نتیجه می‌گیرد که انسان‌ها معرفت را از طریق یادآوری دانشی

که پیش‌تر در نفس آن‌ها وجود داشته است، به دست می‌آورند. (Fine, 2014, p10)

سقراط در جریان آزمون خود، غلام را با یک مسئله هندسی مواجه می‌سازد: او ابتدا از غلام می‌پرسد که اگر یک مربع دارای اضلاعی به طول دو واحد باشد، مساحت آن چقدر خواهد بود؟ غلام پاسخ می‌دهد که چهار واحد مربع. سپس سقراط از او می‌خواهد که مساحت مربعی را که اضلاع آن دو برابر شده است، محاسبه کند. غلام ابتدا پاسخ می‌دهد که مساحت چنین مربعی باید هشت واحد مربع باشد، اما در ادامه و با هدایت سقراط، درمی‌یابد که پاسخ صحیح شانزده واحد مربع است. سقراط در نهایت این نتیجه را مطرح می‌کند که او هیچ دانشی را به غلام نیاموخته، بلکه تنها از طریق طرح پرسش‌های مناسب، دانشی را که پیش‌تر در وجود او نهفته بوده، آشکار کرده است. به این ترتیب، نظریه یادآوری مورد تأیید قرار گرفته و این ایده مطرح می‌شود که وظیفه معلم، نه انتقال دانش، بلکه کمک به شاگردان برای بازشناسی و به فعلیت رساندن معرفت فطری آن‌هاست. سقراط تصریح می‌کند که این غلام، هرگز هندسه نیاموخته است و بنابراین، از آنجا که او نتوانسته است این قضیه را به درستی دریابد، باید معرفت لازم درباره این موضوع را پیش از تولد، در عالمی دیگر کسب کرده باشد (افلاطون، منون، ۸۲).

نظریه یادآوری افلاطون، یکی از بنیادهای اصلی معرفت‌شناسی او را تشکیل می‌دهد و نه تنها در فلسفه، بلکه در مباحث آموزشی و تربیتی نیز تأثیر بسزایی داشته است. این دیدگاه، بنیایی برای روش سقراطی در آموزش است که بر پرسشگری، کاوش و یادگیری فعال تأکید دارد. در چارچوب این نظریه، یادگیری نه به‌عنوان فرایندی منفعل، بلکه به‌عنوان فرایندی اکتشافی در نظر گرفته می‌شود که از طریق تأمل، تحلیل و بازشناسی معرفت پیشین صورت می‌پذیرد.

۳-۲- بررسی تکنیک‌های سقراطی در آموزش: استفاده از سوالات هدایت‌کننده، تفکر عمیق و خودشناسی

در دیالوگ "منون" اثر افلاطون، سقراط مفهوم یادگیری را به‌عنوان فرآیندی از کشف و نه صرفاً انتقال اطلاعات معرفی می‌کند. این نگرش، که تأثیرات چشمگیری بر فلسفه آموزش داشته است، بر این اصول استوار است که یادگیری نه یک فرایند منفعلانه، بلکه یک فرایند فعال و پویا است که در آن فرد از طریق تأمل و جستجو به درک حقیقت دست می‌یابد. در این راستا، روش سقراطی که مبتنی بر گفت‌وگو و پرسشگری است، به‌جای ارائه دانش به‌صورت مستقیم، به یادگیرنده اجازه می‌دهد که از طریق هدایت و چالش فکری، خود مفاهیم را کشف کند

(Vlastos, 1994).

تکنیک‌های آموزشی سقراطی یکی از بنیادهای مهم فلسفه آموزش به‌شمار می‌آید که بر اساس پرسش و پاسخ و روش‌های فعال یادگیری بنا شده است. این تکنیک‌ها با هدف ارتقاء تفکر انتقادی و خودآگاهی دانش‌آموزان طراحی شده‌اند. در این بخش، به بررسی چند تکنیک کلیدی در آموزش سقراطی پرداخته می‌شود.

۳-۲-۱- یادگیری به عنوان فرایند کشف

سقراط بر این باور بود که دانش از طریق فرایندهای فعال تفکر و کاوش به دست می آید و نه از طریق انتقال مستقیم اطلاعات از معلم به شاگرد. در این رویکرد، یادگیری نه نتیجه پذیرش منفعلانه دانش، بلکه حاصل تعامل ذهنی و تحلیلی فرد با موضوعات است. روش سقراطی، که مبتنی بر دیالوگ و طرح پرسش‌های هدفمند است، دانش آموز را وادار می کند که با بازاندیشی در پاسخ‌های خود و تحلیل انتقادی، به کشف حقیقت دست یابد. این روش، علاوه بر تقویت مهارت‌های تفکر انتقادی، یادگیرندگان را به مشارکت فعال در فرایند یادگیری ترغیب می کند.

(Fine, 2014).

۳-۲-۲- یادگیری به عنوان یادآوری

یکی از اصول اساسی که سقراط در گفت‌وگوی خود با منون مطرح می کند، این است که یادگیری نه به عنوان فرایند اکتساب دانش جدید، بلکه به عنوان نوعی یادآوری تلقی می شود. طبق این دیدگاه، روح انسان پیش از تولد در جهانی دیگر به سر می برد و در آنجا معرفتی کسب کرده است. بنابراین، آنچه ما در طول زندگی به عنوان یادگیری تجربه می کنیم، در حقیقت فرایند یادآوری دانش‌های پیشین است. سقراط برای اثبات این نظریه، برده‌ای که هیچ آموزش رسمی ندیده است را با سوالات هندسی مواجه می سازد و او را وادار می کند تا مساحت مربعی را که اضلاع آن دو برابر شده است، محاسبه کند. این فرد، که پیش تر هیچ آموزشی ندیده، با هدایت سقراط و تأمل در پاسخ‌های خود، موفق به کشف پاسخ صحیح می شود. این آزمایش نشان می دهد که دانش واقعی از طریق فعال سازی آگاهی‌های فطری فرد به دست می آید (Plato, Meno, 82b-85b).

۳-۲-۳- آموزش به عنوان فرایند کشف، نه انتقال اطلاعات

در این چارچوب، معلم به عنوان تسهیل گر عمل می کند و نه انتقال دهنده دانش. در روش سقراطی، معلم به جای ارائه پاسخ‌های مستقیم، با طرح پرسش‌های چالش برانگیز، دانش آموز را درگیر فرایند کشف می کند. این روش، برخلاف روش‌های سنتی که مبتنی بر انتقال یک طرفه اطلاعات از معلم به شاگرد هستند، یادگیری را به فرایند فعال و تعاملی تبدیل می کند. سقراط بر این باور است که فرایند یادگیری باید بر اساس استدلال، تأمل و خودآگاهی شکل گیرد، چراکه تنها از این طریق می توان به دانش حقیقی دست یافت (Benson, 2000).

۳-۲-۴- استفاده از سوالات هدایت کننده:

یکی از تکنیک‌های بنیادین در روش سقراطی، به کارگیری سوالات هدایت کننده است. سقراط با طرح سوالات دقیق و چالش برانگیز، دانش آموزان را به تفکر و بازاندیشی درباره مفاهیم مختلف ترغیب می کرد. هدف از این سوالات عمدتاً رساندن فرد به مرحله‌ای از خودآگاهی است که او را به بررسی و ارزیابی پیش فرض‌ها، باورها و فرضیات خود سوق دهد. سقراط از طریق پرسش‌های متوالی و تدریجی، به دانش آموز کمک می کرد تا به کشف پاسخ‌های دقیق تر و حقیقت‌های عمیق تر دست یابد. این شیوه به طور مستقیم توانایی دانش آموزان در تحلیل مسائل و پرورش تفکر انتقادی را تقویت می کند. سقراط با استفاده از پرسش‌های خود، هدفش به چالش کشیدن باورهای ریشه‌ای و هدایت افراد به



درک بهتر حقیقت از طریق استدلال منطقی و خودآگاهی بود. به این ترتیب، روش سقراطی نه تنها بر پرسشگری تأکید دارد، بلکه هدف آن ارتقاء تفکر انتقادی و افزایش خودآگاهی است (Vlastos, 1994).

۳-۲-۵- تفکر عمیق:

تفکر عمیق یکی دیگر از تکنیک‌های کلیدی در روش سقراطی است. سقراط بر این باور بود که یادگیری فرآیندی است که در آن فرد از طریق کشف و بازاندیشی به درک واقعی می‌رسد و این فرایند نیازمند تفکر عمیق و دقیق است. به جای آنکه اطلاعات سطحی و پیش‌ساخته به دانش‌آموزان ارائه شود، سقراط آنان را به تفکر انتقادی و تأمل در موضوعات مختلف دعوت می‌کرد. این نوع تفکر به‌ویژه در موضوعات پیچیده ریاضی و فلسفی اهمیت دارد، زیرا برای درک مفاهیم عمیق‌تر، نیاز به تجزیه و تحلیل دقیق‌تر و نگاه‌های چندبعدی به مسائل است. سقراط در دیالوگ‌های مختلف، به‌ویژه در منون، نشان داد که چگونه می‌توان از طریق پرسش‌های هدایت‌کننده، ذهن فرد را از سطح ابتدایی به سطوح بالاتر تفکر و تحلیل سوق داد (Fine, 2014). این رویکرد نه تنها به درک عمیق‌تر مفاهیم منجر می‌شود، بلکه به یادگیرنده کمک می‌کند تا روابط منطقی پیچیده را به‌طور مؤثری تحلیل کند و درک جامع‌تری از مسائل پیدا کند (Bruner, 1961).

۳-۲-۶- خودشناسی:

خودشناسی یکی از ارکان اصلی روش سقراطی است که سقراط بر آن تأکید زیادی داشت. او معتقد بود که تنها از طریق آگاهی از نادانی‌ها و محدودیت‌های فردی، انسان می‌تواند به حقیقت واقعی دست یابد. در فرآیند آموزشی سقراط، از دانش‌آموزان خواسته می‌شد که به درک دقیق‌تری از پیش‌فرض‌ها، باورها و فرضیات خود دست یابند و بدین ترتیب، از سطح دانش سطحی فراتر رفته و به عمق تفکر خود وارد شوند. سقراط خود را به‌عنوان مربی‌ای می‌دید که هدفش هدایت فرد به کشف حقیقت درونی خود از طریق خودشناسی بود. این فرآیند به دانش‌آموزان کمک می‌کند که نه تنها به پرسش‌های بیرونی پاسخ دهند، بلکه به سوالات درونی و شناختی خود نیز پرداخته و به درک بهتری از جایگاه و محدودیت‌های دانش خود برسند. همان‌طور که در دیالوگ منون آمده است، سقراط توانست از این طریق دانش‌آموزان را به کشف آگاهی‌های فطری خود هدایت کند که در حقیقت مبنی بر خودشناسی و تفکر انتقادی بود (Plato, 1997).

۴- آموزش مساحت در ریاضیات

۴-۱- معرفی روش‌های سنتی آموزش مساحت: (فرمول‌ها، فعالیت‌ها و مثال‌ها)

آموزش مساحت، به‌ویژه در مقاطع ابتدایی و متوسطه، به‌طور سنتی از طریق فرمول‌ها و روش‌های خاصی به دانش‌آموزان منتقل می‌شود که به آن‌ها امکان می‌دهد تا با استفاده از ابزارهای ریاضی، مساحت اشکال هندسی را محاسبه کنند. این روش‌ها، که به‌طور عمده بر انتقال اطلاعات و فرمول‌های ثابت مبتنی هستند، در طول تاریخ در آموزش ریاضی استفاده شده و به‌ویژه در تدریس هندسه و مفاهیم مربوط به مساحت، نقش مهمی ایفا کرده‌اند.

۴-۱-۱- استفاده از فرمول‌ها:

یکی از اصلی‌ترین روش‌های سنتی در آموزش مساحت، معرفی فرمول‌های خاص برای محاسبه مساحت اشکال هندسی مختلف است. این فرمول‌ها معمولاً به صورت حفظی به دانش‌آموزان آموزش داده می‌شود و نقش اصلی آن‌ها تسهیل فرآیند محاسبه مساحت است. به طور مثال، برای محاسبه مساحت مربع، از فرمول ساده اندازه یک ضلع ضربدر خودش استفاده می‌شود. همچنین برای مستطیل، مساحت به وسیله فرمول طول ضربدر عرض محاسبه می‌شود. این فرمول‌ها، علی‌رغم سادگی و کاربردی بودن، بیشتر بر حفظ و استفاده از آن‌ها تأکید دارند تا تفکر انتقادی و درک عمیق از مفاهیم هندسی.

۴-۱-۲- فعالیت‌های تجربی:

علاوه بر استفاده از فرمول‌ها، در روش‌های سنتی آموزش مساحت، از فعالیت‌های تجربی برای کمک به دانش‌آموزان در درک بهتر این مفاهیم استفاده می‌شود. این فعالیت‌ها معمولاً شامل استفاده از ابزارهایی مانند کاغذ مربعی یا شبکه‌های هندسی برای به تصویر کشیدن و اندازه‌گیری مساحت اشکال مختلف است. برای مثال، از کاغذ مربعی برای شمارش تعداد مربع‌های کوچک درون یک شکل هندسی استفاده می‌شود تا مساحت آن شکل مشخص شود. این فعالیت‌ها کمک می‌کنند تا دانش‌آموزان درک عملی از مساحت پیدا کنند و مفهوم عددی آن را در دنیای واقعی مشاهده کنند (Popham, 2000).

۴-۱-۳- مثال‌ها و تمرین‌ها:

در روش‌های سنتی، برای تقویت یادگیری مساحت، مثال‌ها و تمرین‌های متعدد به دانش‌آموزان داده می‌شود. این مثال‌ها معمولاً شامل اشکال هندسی ساده مانند مربع‌ها، مستطیل‌ها، مثلث‌ها و دایره‌ها می‌شود که دانش‌آموزان باید مساحت آن‌ها را با استفاده از فرمول‌های مربوطه محاسبه کنند. برای مثال، محاسبه مساحت یک مثلث به وسیله فرمول $\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2}$ انجام می‌شود. این نوع مثال‌ها در تدریس مساحت به طور گسترده‌ای استفاده می‌شوند و به دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا مهارت‌های محاسباتی خود را در زمینه هندسه تقویت کنند.

۴-۲- بررسی چالش‌ها و مشکلات موجود در آموزش مساحت برای دانش‌آموزان

در آموزش مفاهیم مساحت، برخی چالش‌ها و مشکلات می‌توانند مانع از درک عمیق و مؤثر دانش‌آموزان شوند. این مشکلات ممکن است ناشی از محدودیت‌های روش‌های تدریس، تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان یا نقص در منابع آموزشی باشند. بررسی این چالش‌ها می‌تواند به بهبود فرآیند تدریس و ارتقای کیفیت آموزش کمک کند.

یکی از مهم‌ترین چالش‌ها در آموزش مساحت، عدم درک صحیح و عمیق این مفهوم به عنوان یک ویژگی هندسی است. بسیاری از دانش‌آموزان در مراحل اولیه یادگیری مساحت، به طور سطحی فرمول‌ها و مفاهیم مربوطه را فرا می‌گیرند بدون آنکه به ماهیت و چستی مساحت پی ببرند. این مشکل به ویژه زمانی نمود پیدا می‌کند که دانش‌آموزان در موقعیت‌های غیررسمی و پیچیده‌تر قادر به استفاده صحیح از

فرمول‌ها نیستند. به‌عنوان مثال، در هنگام مواجهه با اشکال هندسی غیرمنتظم، دانش‌آموزان به دلیل عدم درک دقیق از اصول بنیادی مساحت،

در یافتن راه‌حل‌های مناسب برای محاسبه آن با مشکل روبه‌رو می‌شوند. (Van de Walle, 2004)

چالش دیگری که در این زمینه وجود دارد، وابستگی زیاد به روش‌های سنتی تدریس است که معمولاً بر حفظ فرمول‌ها و انجام تمرین‌های تکراری تأکید دارند. این رویکردها معمولاً فرصت‌های کمتری برای تفکر انتقادی و یادگیری مبتنی بر کشف فراهم می‌کنند. به‌دلیل این محدودیت‌ها، دانش‌آموزانی که در چارچوب این روش‌ها آموزش می‌بینند، ممکن است در درک مفاهیم پیچیده‌تر هندسی و کاربردهای آن‌ها در دنیای واقعی دچار مشکل شوند. به‌علاوه، استفاده صرف از فرمول‌ها بدون توجه به مفاهیم بنیادین و روابط میان اجزای هندسی، می‌تواند منجر به یادگیری سطحی و ناپایدار گردد که تأثیرات منفی در درک و استفاده از این مفاهیم در موقعیت‌های مختلف خواهد داشت (Hiebert & Carpenter, 1992).

۵- اهمیت انتخاب روش‌های تدریس توسط معلم در فرآیند آموزشی

یکی از مهم‌ترین عوامل موفقیت در فرایند تدریس، شناخت دقیق دانش‌آموزان، تسلط معلم بر محتوای آموزشی و انتخاب روش تدریس مناسب است. معلم باید با درک کامل از ویژگی‌های فردی و تحصیلی دانش‌آموزان و همچنین آگاهی از محتوای درسی، اقدام به انتخاب روش‌های آموزشی متناسب با شرایط خاص کلاس کند. این انتخاب باید به گونه‌ای باشد که هم‌زمان با توجه به ویژگی‌های محیط آموزشی، امکانات در دسترس و نیازهای دانش‌آموزان، به تحقق اهداف آموزشی کمک کند (احمدی، ۱۳۸۰).

هیچ روش تدریس جهانی و از پیش تعیین‌شده‌ای برای تمامی شرایط و دانش‌آموزان وجود ندارد. معلم، به عنوان یک هنرمند آموزشی، باید در هر شرایط زمانی و مکانی، مناسب‌ترین روش تدریس را به کار گیرد تا بهترین شرایط را برای یادگیری و رشد دانش‌آموزان فراهم سازد (سرمد، ۱۳۷۹). این مسئله نشان می‌دهد که روش‌های تدریس نمی‌توانند به صورت مطلق خوب یا بد ارزیابی شوند، بلکه باید بر اساس وضعیت خاص کلاس و نیازهای آموزشی آن انتخاب شوند (مهرمحمدی و عابدی، ۱۳۸۰). معلم باید با توجه به ویژگی‌های خاص کلاس، هدف‌های آموزشی، محتوای درسی، امکانات موجود و خصوصیات فردی دانش‌آموزان، روش مناسب را انتخاب کرده و آن را در فرآیند تدریس به کار گیرد (خورشیدی، ۱۳۷۹).

در واقع، می‌توان الگوهای تدریس را همچون نورهایی با شمع‌های متفاوت تصور کرد که در محیط‌های مختلف عملکردهای خاص و کاربردهای ویژه‌ای دارند و در موقعیت‌های مختلف می‌توانند کارآمد باشند (قورچیان، ۱۳۷۷). تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان ایجاد می‌کند که معلم در برخورد با آن‌ها روش‌های مختلفی را به کار گیرد تا بتواند شرایط مناسبی برای رشد و شکوفایی استعدادهای آن‌ها فراهم کند (دلشاد تهرانی، ۱۳۷۹). از این‌رو، می‌توان گفت که روش‌های تدریس و الگوهای آموزشی باید به گونه‌ای طراحی شوند که به طور هدفمند در فرایند یادگیری و رشد دانش‌آموزان تسهیل ایجاد کنند و به آن‌ها کمک کنند تا از سطح یادگیری سطحی به درک عمیق‌تری از مفاهیم دست یابند (پاکپور، ۱۳۹۰). در این راستا، توجه به تفاوت‌ها و اقتضائات زمانی و اجتماعی، از جمله توجه به آداب و رسوم فرهنگی و اجتماعی، برای پیشگیری از مشکلات آموزشی و تربیتی ضروری است (رشاد، ۱۳۸۰). در نهایت، می‌توان گفت که نقش معلم در فرایند آموزش و انتخاب

الگوی تدریس مناسب در فرایند یاددهی و یادگیری غیرقابل انکار است. معلم موفق کسی است که توانایی انتخاب روش‌های مناسب را با توجه به شرایط خاص خود و دانش‌آموزان داشته باشد و به‌طور مستمر به ابداع و بهبود روش‌های تدریس خود بپردازد (ملکی، ۱۳۸۷). چنین معلمی می‌تواند به بهترین شکل ممکن به تحقق اهداف آموزش و تربیت کمک کند و باعث پیشرفت دانش‌آموزان در ابعاد مختلف شخصیتی شود (ضمیری، ۱۳۷۴). صلاح این است که بحث در خصوص روش‌های تدریس را در صدر قال و مقال خود قرار داده و همگان نیز در تقویت روش‌های تدریس قدم بردارند (ملکی، ۱۳۷۸، ص ۶۰).

۶- ترکیب فلسفه سقراطی با تدریس مساحت

۶-۱- روش سقراطی به‌عنوان یک رویکرد فعال و کشفی در تدریس مفاهیم هندسی

روش سقراطی، به‌عنوان یک رویکرد فعال و کشفی در تدریس مفاهیم هندسی، بر فرآیند یادگیری مبتنی بر پرسش و پاسخ تأکید دارد. این روش که به نام فیلسوف یونانی، سقراط، نام‌گذاری شده است، در تلاش است تا دانش‌آموزان را به درک عمیق‌تر و کشف مفاهیم از طریق تعاملات فکری و تحلیلی سوق دهد. در این رویکرد، معلم به‌جای ارائه مستقیم اطلاعات، نقش یک هدایت‌کننده و تسهیل‌کننده را ایفا می‌کند که از طریق طرح پرسش‌های هدایت‌کننده، دانش‌آموزان را به‌سوی کشف مفاهیم و حل مسائل هدایت می‌نماید. این روش به روش تدریس ایده‌آلیستی نیز معروف است.

منشأ روش تدریس ایده‌آلیست‌ها، معرفت‌شناسی ایده‌آلیسم است که در آن فرایند تفکر، همان تفحص از درون خود است تا دانش‌آموز محتوای ذهنی خود را واکاوی نموده و حقایق را کشف نماید، از این رو در این روش تدریس، واژه «یادآوری» محور اندیشه تربیتی سقراط و افلاطون می‌باشد. در حقیقت یک معلم ایده‌آلیست به دانش‌آموز چیزی یاد نمی‌دهد بلکه محتوا را به خاطر و به یاد او می‌آورد. کاری که معلم باید انجام دهد برانگیختن ذهن دانش‌آموز است که در همین راستا، دانش‌آموز باید تلاش زیادی انجام دهد تا فعالانه با محتوا برخورد نماید لذا نوشتن تکالیف و تمرین زیاد در این مورد بسیار موثر است. سقراط، خود را ماما می‌نامید و از روش پرسش و پاسخ (دیالکتیک) استفاده می‌کرد. چون دانش‌آموز را نسبت به افکارش تحریک کرده و او را به یادآوری و بازشناسی و می‌دارد و باعث کشف و شهود در وی می‌شود.

همان‌گونه که بیان شد روش تدریس ایده‌آلیستی بر اساس اصول فلسفه ایده‌آلیسم شکل گرفته است که بر ذهن، ایده‌ها و ارزش‌های معنوی تأکید دارد. در این روش، معلم به‌عنوان مربی و الگو، نه فقط انتقال‌دهنده دانش، بلکه راهنمای رشد اخلاقی و فکری دانش‌آموزان است و دانش‌آموزان را به سمت تفکر عمیق، کشف مفاهیم انتزاعی و رشد شخصی هدایت می‌کند.

در تدریس مفاهیم هندسی، روش سقراطی از دانش‌آموزان می‌خواهد که به‌طور فعال در فرآیند یادگیری شرکت کنند و از طریق تفکر انتقادی به پاسخ‌های خود دست یابند. به‌عنوان مثال، به‌جای ارائه فوری فرمول‌ها برای محاسبه مساحت یک شکل هندسی، معلم ممکن است از دانش‌آموزان بخواهد تا با استفاده از سوالاتی مانند "چه ویژگی‌هایی در این شکل وجود دارد که به ما کمک می‌کند مساحت آن را پیدا کنیم؟" یا "چگونه می‌توانیم مساحت این شکل را بدون استفاده از فرمول محاسبه کنیم؟" به بررسی و تحلیل موضوع بپردازند. این پرسش‌ها نه تنها به

درک درک بهتر مفهوم مساحت کمک می‌کند، بلکه به دانش‌آموزان این امکان را می‌دهد که خودشان مفاهیم را کشف کرده و در نتیجه، درک عمیق‌تری از آن‌ها پیدا کنند.

مزیت کلیدی این روش در این است که آن را از یک روش تدریس سنتی و تک‌جهتی که بر انتقال مستقیم اطلاعات تأکید دارد، متمایز می‌کند. در روش سقراطی، تأکید بر فرآیند یادگیری فعال است و دانش‌آموزان از طریق جستجو و تجزیه و تحلیل مسائل، توانمندی‌های تفکر انتقادی خود را توسعه می‌دهند. این رویکرد نه تنها به‌طور مستقیم مفاهیم هندسی را تدریس می‌کند، بلکه به توسعه مهارت‌های استدلالی و منطقی دانش‌آموزان نیز کمک می‌کند، که در درک بهتر و عمیق‌تر مسائل ریاضی بسیار مؤثر است. در نهایت، روش سقراطی به‌ویژه در تدریس مفاهیم هندسی می‌تواند موجب تقویت یادگیری مستقل و خودآگاه در دانش‌آموزان شود. با تأکید بر کشف مفاهیم از طریق پرسش و پاسخ و عدم ارائه پاسخ‌های قطعی، این روش به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا به‌طور فعال در فرآیند یادگیری مشارکت کنند و مفاهیم را به‌طور عمیق‌تری درک نمایند.

۶-۲- نمونه‌های عملی از تدریس مساحت به روش سقراطی

سوالات و فعالیت‌های کلاسی که دانش‌آموزان را به کشف مفاهیم مساحت ترغیب می‌کنند، در فرآیند یادگیری هندسه از اهمیت بنیادی برخوردارند. این نوع فعالیت‌ها به دلیل آنکه دانش‌آموزان را از حالت یادگیری منفعل خارج کرده و آن‌ها را به مشارکت فعال در فرآیند کشف مفاهیم و روابط هندسی وا می‌دارند، می‌توانند تأثیرات مثبتی بر درک عمیق و پایدار مفاهیم آموزشی داشته باشند. به‌ویژه در تدریس مفاهیم انتزاعی مانند مساحت، طرح سوالات و فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان را به تفکر تحلیلی و منطقی وادار می‌کنند، می‌تواند به تسهیل و تسریع فرآیند یادگیری کمک کنند. این روش‌های فعال و چالش‌برانگیز، نه تنها موجب تقویت درک مفهومی دانش‌آموزان می‌شوند، بلکه زمینه‌ساز ارتقاء مهارت‌های تفکر انتقادی و استدلال منطقی در آنان نیز می‌گردند.

۷-۱- این‌همانی^۱ در آموزش ریاضیات: یک رویکرد بصری و استدلالی

این‌همانی یکی از رویکردهای مؤثر در آموزش ریاضیات، به‌ویژه در مباحث هندسه، محسوب می‌شود که بر تبدیل و بازاریابی اشکال هندسی به یکدیگر برای کشف روابط ریاضی تأکید دارد. این روش، به‌جای اتکا به فرمول‌های انتزاعی، از تجربه‌ی بصری و دست‌کاری هندسی برای درک مفاهیم استفاده می‌کند و یادگیری را معنادارتر و پایدارتر می‌سازد. در این زمینه، منابع مختلفی همچون (Languibesi, 2019) به وضوح به اهمیت استفاده از این‌همانی برای درک بهتر مفاهیم ریاضی و هندسی اشاره کرده‌اند. این‌همانی به عنوان ابزاری برای ساده‌سازی و تعمیق آموزش‌های ریاضی به‌ویژه در سطوح ابتدایی و متوسطه از اهمیت زیادی برخوردار است. در حقیقت، لانگیسی (۲۰۱۹) در تحلیل خود از روش‌های آموزشی تأکید دارد که استفاده از اشکال بصری و مقایسه‌های دقیق در بهبود درک دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی بسیار مؤثر است.

¹. Transformation Approach

۷-۱- اصول و ویژگی‌های روش این‌همانی

۷-۱-۱- **استفاده از تبدیل‌های هندسی:** در این روش، از برش، جابه‌جایی، دوران و بازآرایی اشکال برای نشان دادن روابط میان آن‌ها استفاده می‌شود. این فرآیند به دانش‌آموزان کمک می‌کند که به‌جای حفظ کردن روابط، آن‌ها را به‌صورت تجربی و استدلالی کشف کنند.

۷-۱-۲- **تقویت تفکر تجسمی و استدلالی:** از آنجا که دانش‌آموزان درگیر فرآیند تغییر شکل و بازشناسی روابط می‌شوند، تفکر تحلیلی و منطقی آن‌ها تقویت می‌گردد.

۷-۱-۳- **کاهش وابستگی به محاسبات جبری:** به‌جای اینکه دانش‌آموزان تنها بر محاسبات جبری و جایگذاری در فرمول‌ها تکیه کنند، این روش به آن‌ها کمک می‌کند مفهوم مساحت و سایر ویژگی‌های هندسی را به‌طور شهودی درک کنند.

۷-۱-۴- **کاربرد در آموزش مساحت و حجم:** یکی از مهم‌ترین کاربردهای روش این‌همانی در آموزش مساحت و حجم است. برای مثال، مساحت متوازی‌الاضلاع را می‌توان به تبدیل آن به مستطیل درک کرد، یا مساحت مثلث را از طریق تبدیل به نیمه‌ی یک متوازی‌الاضلاع استخراج نمود.

۸- گفتگوی سقراطی برای آموزش مساحت

در ادامه، یک گفتگوی سقراطی فرضی بین معلم و دانش‌آموز درباره‌ی مساحت مربع را بازسازی می‌کنیم تا با استفاده از این‌همانی، درک بهتری از مفهوم مساحت ارائه شود. در این روش، مربع به اشکال مختلفی همچون مستطیل، متوازی‌الاضلاع و مثلث تجزیه می‌شود و با استفاده از تبدیل‌های هندسی، رابطه‌ی بین آن‌ها تبیین می‌گردد. این رویکرد نه تنها باعث درک عمیق‌تر مفهوم مساحت می‌شود، بلکه به دانش‌آموز کمک می‌کند تا به‌جای حفظ فرمول‌ها، از طریق استدلال و مشاهده، آن‌ها را کشف کند. از طریق این روش، می‌توان نشان داد که چگونه با حفظ اندازه‌ی کل، تغییر شکل یک شکل هندسی به شکل دیگر، بدون تغییر در مقدار مساحت، امکان‌پذیر است.

۸-۱- برانگیختن تفکر درباره‌ی مساحت

معلم (به سبک سقراط): تصور کن که روی زمین کاشی‌هایی به شکل مربع داریم. به نظر تو چگونه می‌توان تعداد کاشی‌ها را شمرد؟ دانش‌آموز: خوب، اگر آن‌ها را یکی‌یکی بشماریم، می‌توانیم تعداد کل آن‌ها را بفهمیم.

- اما فرض کن تعداد کاشی‌ها خیلی زیاد باشد، مثلاً صدها یا هزاران کاشی. آیا راه ساده‌تری برای شمارش آن‌ها وجود دارد؟ - شاید... اگر بدانیم چند ردیف کاشی داریم و در هر ردیف چند تاست، می‌توانیم آن‌ها را سریع‌تر بشماریم.

- حالا بگو، اگر ما ۲ ردیف داشته باشیم و در هر ردیف ۲ کاشی باشد، چطور می‌توان تعداد کل کاشی‌ها را حساب کرد؟



- خب، می‌توانیم ۲ را در ۲ ضرب کنیم. یعنی $2 \times 2 = 4$

- حالا به من بگو، این کاشی‌ها چه شکلی ایجاد کرده‌اند؟

- یک مربع.

- پس آیا می‌توانیم بگوییم که تعداد کاشی‌ها در یک مربع برابر است با حاصل ضرب طول در عرض آن؟

- بله، فکر کنم همین‌طور است.

- این همان فرمول مساحت مربع است:

مساحت مربع = طول $\times$ عرض و چون در مربع طول و عرض با هم برابرند، می‌توان گفت مساحت مربع برابر است با حاصل ضرب تعداد کاشی‌های یک ردیف در خودش.

۸-۲- کشف مفهوم انتزاعی مساحت از طریق شهود و استدلال

- حالا فرض کن که ما یک مربع خیلی بزرگ داریم، ولی دیگر کاشی‌ها را نمی‌توانیم ببینیم. آیا هنوز هم می‌توانیم مساحت را حساب کنیم؟

- بله، اگر طول و عرض آن را بدانیم، می‌توانیم ضرب کنیم.

- پس مساحت فقط به تعداد کاشی‌ها بستگی ندارد، بلکه یک حقیقت مستقل و انتزاعی است که حتی اگر کاشی‌ها را نبینیم هم می‌توانیم آن را بفهمیم. آیا این را قبول داری؟

- بله، به نظر می‌رسد که مساحت یک ویژگی ذاتی مربع است، نه فقط چیزی که از طریق تجربه به دست آورده باشیم.

- دقیقاً! همان‌طور که افلاطون می‌گوید، حقیقت‌های ریاضی وجودی مستقل از دنیای مادی دارند و ما فقط آن‌ها را از طریق تفکر و یادآوری کشف می‌کنیم. تو امروز فرمول مساحت مربع را به خاطر نیاوردی، بلکه آن را از طریق منطق کشف کردی.

- پس یعنی ما ریاضی را یاد نمی‌گیریم، بلکه به یاد می‌آوریم؟

- دقیقاً همین‌طور است! سقراط در گفتگوی خود با منون نشان داد که دانش، چیزی است که در ذهن ما وجود دارد و فقط باید آن را از طریق پرسش‌های درست به یاد بیاوریم.

حال طبق همین گفتگو، می‌توان مساحت دیگر شکل‌های هندسی را نیز بدست آورد و به دانش آموز آموزش داد. در ادامه مساحت مستطیل را نیز می‌توان بدین گونه آموزش داد.

۳-۸- مساحت مستطیل

همانطور که مشاهده شد در روش سقراطی، به جای آنکه فرمول مربع را مستقیم به دانش‌آموز بدهیم، او را از طریق پرسش‌های هدایت‌شده و استدلال منطقی به کشف این فرمول سوق می‌دهیم. این روش بر پایه‌ی نظریه‌ی یادآوری است که می‌گوید دانش واقعی از پیش در ذهن ما وجود دارد و فقط باید آن را به یاد بیاوریم. در این روش دانش‌آموز به‌جای اینکه مستقیماً فرمول را دریافت کند، ابتدا با یک مسئله‌ی فکری روبه‌رو می‌شود که ذهن او را به چالش می‌کشد، تا اینکه خودش فرمول را کشف کند و آن را به‌عنوان یک قاعده‌ی کلی درک نماید. ابتدا شباهت‌ها و تفاوت‌های مربع و مستطیل را به یاد دانش‌آموز می‌آوریم. برای این کار یک دیالوگ فرضی بین معلم و دانش‌آموز ترتیب می‌دهیم:

معلم: امروز می‌خواهیم به بررسی مربع و مستطیل بپردازیم. ابتدا، از شما می‌خواهم که به من بگویید یک مربع چه ویژگی‌هایی دارد؟

دانش‌آموز: مربع چهار ضلع مساوی دارد و همه زاویه‌هایش ۹۰ درجه هستند.

- خیلی خوب! حالا به من بگو، یک مستطیل چه ویژگی‌هایی دارد؟

- مستطیل هم چهار ضلع دارد و زاویه‌های آن هم ۹۰ درجه هستند. اما دو ضلع مخالف هم طول دارند.

- درست است، حالا فکر کن که طول و عرض یک مستطیل برابر باشند. چه اتفاقی می‌افتد؟

- اگر طول و عرض مستطیل برابر شوند، آن مستطیل دیگر یک مستطیل نیست، بلکه یک مربع می‌شود.

- دقیقاً، پس می‌توانیم بگوییم که مربع نوع خاصی از مستطیل است. چرا؟ چون مربع هم چهار ضلع برابر دارد و همه زاویه‌هایش ۹۰ درجه،

درست است؟

- بله، دقیقاً. مربع همان مستطیل است که همه اضلاعش برابرند.

- بسیار خوب! حالا بیایید بیشتر فکر کنیم. اگر یک مستطیل داشتیم که اضلاع آن برابر نیستند، اما زاویه‌هایش ۹۰ درجه هستند، آیا می‌توانیم

بگوییم که آن مستطیل یک مربع است؟

- نه، چون اضلاعش برابر نیستند.

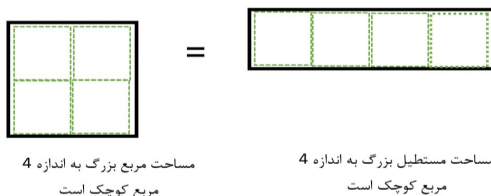
- خیلی خوب! پس مربع یک مستطیل خاص است که ویژگی اضافی دارد: همه اضلاعش برابر هستند. این نشان می‌دهد که تمام مربع‌ها

مستطیل هستند، اما نه همه مستطیل‌ها مربع هستند. آیا این مطلب برایت روشن شد؟

- بله

در این روند، به جای اینکه فقط فرمول‌ها را حفظ کنیم، توانستیم از تفکر و تحلیل برای درک عمیق‌تر مفاهیم استفاده کنیم. از روی شکل نیز

می‌توان به کشف این مفهوم توسط دانش‌آموز کمک کرد.



پس از آموزش مساحت مربع، در حقیقت مساحت این مستطیل نیز هم‌اندازه مساحت مربع است که در آن طریقۀ کنار هم قرار گرفتن مربع‌های کوچک بصورت خطی است. پس مساحت مستطیل نیز برابر ۴ واحد مربع می‌باشد. یعنی باز هم یک سطر افقی را در ۴ مربع عمودی ضرب کرده و مساحت را ۴ واحد مربع محاسبه می‌کنیم. پس روش محاسبه مساحت مستطیل نیز عبارتست از طول $\times$ عرض.

۴-۸- مساحت مثلث

مساحت مثلث یکی از مفاهیم اساسی در هندسه است که نشان‌دهندۀ مقدار سطح پوشش داده‌شده توسط یک مثلث در یک صفحه است. فرمول عمومی آن به‌صورت $\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2}$ بیان می‌شود. این فرمول نشان می‌دهد که هر مثلث، در مقایسه با یک چهارضلعی با همان قاعده و ارتفاع، نیمی از مساحت را اشغال می‌کند. در ادامه، این مفهوم را از طریق یک گفت‌وگوی سقراطی بررسی خواهیم کرد.

معلم: می‌خواهیم درباره ارتباط بین مثلث و مربع صحبت کنیم. ابتدا به من بگو، یک مربع چه ویژگی‌هایی دارد؟

دانش‌آموز: مربع چهار ضلع مساوی دارد و همه زاویه‌هایش ۹۰ درجه هستند.

— درست است. حالا، به من بگو، یک مثلث چه ویژگی‌هایی دارد؟

— مثلث یک شکل هندسی است که سه ضلع دارد و مجموع زاویه‌های داخلی‌اش همیشه ۱۸۰ درجه است.

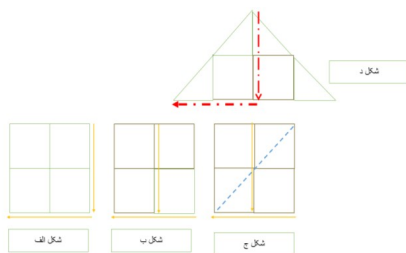
— جالب است! حالا بپایید به سوالی فکر کنیم. اگر من یک مربع داشته باشم و یکی از قطرهای آن را رسم کنم، چه شکلی به وجود می‌آید؟

— با رسم قطر مربع، دو مثلث به وجود می‌آید.

— دقیقاً! پس اگر یک مربع داشته باشیم و یکی از قطرهای آن را رسم کنیم، آن مربع به دو مثلث مساوی تقسیم می‌شود. حالا از تو می‌خواهم

که فکر کنی مساحت این مثلث چه ارتباطی با مساحت مربع اولیه دارد؟

— هر مثلث که به‌دست می‌آید نصف مساحت مربع خواهد بود.



– پس آیا می‌توان گفت مساحت مربع برابر است با نصف حاصلضری اندازه یک ضلع در خودش؟

– بله.

– حالا فرض کن یکی از قطرهای مستطیل را رسم کنیم، آیا باز هم دو مثلث بدست خواهد آمد؟

– بله، و مساحت مثلث‌ها دقیقاً برابر نصف مستطیل است.

– درست است، آیا می‌توان گفت مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصلضرب طول در عرض مستطیل؟

– بله.

۵-۸- مساحت متوازی‌الاضلاع

مساحت متوازی‌الاضلاع نشان‌دهنده مقدار سطحی است که این شکل در یک صفحه اشغال می‌کند. این مقدار از طریق رابطه (قاعده $\times$

ارتفاع) محاسبه می‌شود. نکته‌ی مهم این است که ارتفاع، عمود بر قاعده است و لزوماً برابر با یکی از اضلاع شکل نیست. در ادامه، این مفهوم

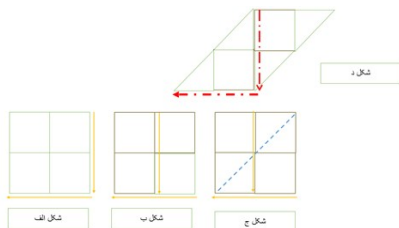
را از طریق یک گفت‌وگوی سقراطی بررسی خواهیم کرد.

معلم: اگر یک مربع به ضلع ۲ سانتی‌متر داشته باشیم، مساحت آن را چگونه محاسبه می‌کنیم؟

دانش‌آموز: مساحت مربع برابر است با ضلع ضربدر خودش، یعنی $2 \times 2 = 4$.

– عالی! حالا فرض کن این مربع را کمی کج کنیم، به‌طوری‌که دو ضلع مقابل آن همچنان برابر باشند اما زاویه‌های ۹۰ درجه تغییر کنند. چه

شکلی به‌دست می‌آید؟



(۳)

– به نظر می‌رسد که یک متوازی‌الاضلاع می‌شود.

– دقیقاً! اما آیا مساحت این شکل تغییر کرده است؟

– شاید بله، چون ظاهرش تغییر کرده است.

– خوب، بیایید بررسی کنیم. اگر متوازی‌الاضلاع را دوباره به

حالت مربع برگردانیم، چه تغییری در سطح آن ایجاد می‌شود؟

– هیچ تغییری، چون فقط شکش را تغییر دادیم، نه اندازه‌ی آن.

– درست است! حالا از روس شکل نگاه کن، متوازی‌الاضلاع از دو مربع بزرگ و چهار مثلث (نیم مربع) تشکیل شده است که این چهار مثلث

تشکیل دو مربع می‌دهند، درست است؟

– بله

– پس آیا می‌توان گفت مساحت متوازی‌الاضلاع نیز همان مساحت مربع است؟

– بله، چون مساحت هر دو شکل به اندازه چهار واحد مربع است.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، به تحلیل و بررسی روش‌های مختلف تدریس مساحت در ریاضیات، با تأکید بر رویکردهای فعال و مشارکتی پرداخته شد. یکی از مهم‌ترین چالش‌های آموزش هندسه در مقاطع مختلف تحصیلی، به‌ویژه در زمینه‌ی مساحت، عدم درک دقیق و عمیق دانش‌آموزان از مفاهیم هندسی است. بسیاری از دانش‌آموزان، به‌ویژه در سطوح ابتدایی، مساحت را به‌صورت سطحی و صرفاً به‌عنوان نتیجه‌ای از اعمال فرمول‌ها فرا می‌گیرند، بدون اینکه مفاهیم پایه‌ای و روابط میان اشکال هندسی مختلف را درک کنند. این مشکل، نه تنها در آموزش‌های اولیه، بلکه در موقعیت‌های پیچیده‌تر هندسی نیز خود را نشان می‌دهد، جایی که دانش‌آموزان نمی‌توانند از فرمول‌ها به‌طور مؤثر در شرایط مختلف استفاده کنند.

یکی از اهداف اصلی این مقاله، بررسی چالش‌ها و مشکلاتی بود که در فرآیند آموزش مساحت و دیگر مفاهیم هندسی به‌وجود می‌آید. این پژوهش به‌ویژه بر نقش مهم تدریس مفهومی و استفاده از روش‌های نوین تأکید داشت. در این راستا، رویکرد سقراطی و روش این‌همانی به‌عنوان دو استراتژی کلیدی در تدریس مساحت و مفاهیم مرتبط با آن معرفی شدند. روش سقراطی، به‌ویژه از طریق استفاده از پرسش‌های هدایت‌کننده، دانش‌آموزان را به تفکر انتقادی و بازنمایی در مفاهیم ترغیب می‌کند. این روش، برخلاف رویکردهای سنتی که بر حفظ فرمول‌ها تأکید دارند، دانش‌آموزان را به کشف مفاهیم تشویق می‌کند و به آن‌ها این امکان را می‌دهد که درک عمیق‌تری از مفاهیم داشته باشند.

از طرف دیگر، رویکرد این‌همانی، که به‌عنوان یک ابزار تحلیلی برای مقایسه ویژگی‌های هندسی مختلف به‌کار می‌رود، باعث می‌شود که دانش‌آموزان بتوانند روابط میان اشکال هندسی را شفاف‌تر و واضح‌تر درک کنند. این روش، با تأکید بر شباهت‌های میان اشکال هندسی مختلف، از جمله مربع، مستطیل، مثلث و متوازی‌الاضلاع، به‌طور مؤثری در فرآیند تدریس مساحت مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از مهم‌ترین مزایای این‌همانی، کمک به درک بهتر ویژگی‌های هندسی است که می‌تواند به‌طور مستقیم به ارتقای توانایی حل مسائل پیچیده‌تر منجر شود. در بخش‌های مختلف مقاله، همچنین به ضرورت طراحی فعالیت‌های کلاسی و سوالات تدریسی که دانش‌آموزان را به تفکر فعال و مشارکت در فرآیند یادگیری تشویق می‌کنند، اشاره شد. این فعالیت‌ها نه تنها باعث درگیر شدن دانش‌آموزان در فرآیند یادگیری می‌شود، بلکه فرصتی برای آن‌ها فراهم می‌آورد تا ارتباط میان مفاهیم مختلف هندسی را کشف کرده و به‌طور مستقل به حل مسائل بپردازند. به‌ویژه در تدریس مساحت، فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان را به تجزیه و تحلیل اشکال هندسی و روابط میان آن‌ها وادار می‌کنند، می‌تواند باعث بهبود درک مفهومی و یادگیری پایدارتر شود.

پژوهش صورت‌گرفته در این مقاله نشان می‌دهد که استفاده از روش‌های فعال و مبتنی بر تفکر انتقادی در تدریس مساحت، نتایج مثبتی در یادگیری مفاهیم هندسی دارد. این روش‌ها به دانش‌آموزان این امکان را می‌دهند که به‌جای حفظ صرف فرمول‌ها، مفاهیم هندسی را درک کنند و آن‌ها را در موقعیت‌های مختلف به‌کار ببرند. به‌عنوان مثال، در آموزش مساحت مثلث، استفاده از روش‌های این‌همانی و مقایسه آن با مساحت مربع، دانش‌آموزان را به درک عمیق‌تری از ویژگی‌های هندسی و کاربردهای آن‌ها در موقعیت‌های مختلف می‌رساند.

این مقاله همچنین بر این نکته تأکید داشت که برای تدریس مؤثر مساحت و سایر مفاهیم هندسی، لازم است که معلمان از روش‌های متنوع استفاده کنند که به نیازها و ویژگی‌های دانش‌آموزان پاسخ دهد. هیچ‌کدام از روش‌های تدریس نمی‌توانند به‌عنوان بهترین یا تنها راه‌حل در نظر گرفته شوند. معلم باید بر اساس ویژگی‌های کلاسی، هدف‌های آموزشی، و ویژگی‌های دانش‌آموزان، بهترین روش تدریس را انتخاب کند. این انعطاف‌پذیری در انتخاب روش تدریس می‌تواند به معلم این امکان را دهد که بسته به موقعیت‌های مختلف، روش‌هایی را به‌کار گیرد که بیشترین تأثیر را در فرآیند یادگیری داشته باشد.

در پایان، پژوهش حاضر بر لزوم تغییر نگرش در زمینه آموزش مساحت و مفاهیم هندسی تأکید می‌کند. تغییر از روش‌های سنتی که بیشتر بر حفظ و تکرار فرمول‌ها تأکید دارند، به روش‌های فعال و مشارکتی که یادگیری مفهومی و کاربردی را در اولویت قرار می‌دهند، می‌تواند تأثیر

بسزایی در بهبود کیفیت آموزش ریاضیات و ارتقای توانایی‌های شناختی و تحلیلی دانش‌آموزان داشته باشد. در نتیجه، معلمان باید به‌طور مداوم در جستجوی روش‌های نوین و به‌روز در تدریس مفاهیم هندسی باشند تا بهترین نتایج را در فرایند آموزش و یادگیری به‌دست آورند.

منابع

- احمدی، علی (۱۳۸۰). روش‌های نوین یاددهی-یادگیری در جغرافیا، تهران: نشر شورا
- بارکر، استیفن، فلسفه ریاضی، ترجمه احمد بیرشک، انتشارات خوارزمی، ۱۳۴۹
- بیابانگرد، اسماعیل (۱۳۸۷). روش‌های پیش‌گیری از افت تحصیلی، تهران: نشر انجمن اولیا و مربیان، چاپ ششم.
- پاکپور، یونس (۱۳۹۰). زمینه تکنولوژی آموزشی، تهران: نشر دیدار، چاپ اول.
- حنا فاخوری و خلیل جر، تاریخ فلسفه در جهان اسلامی، ترجمه عبدالمحمد آیتی، تهران: علمی و فرهنگی، ۱۳۸۳.
- خورشیدی، عباس (۱۳۷۹). راهبردهای یادگیری-یاددهی در کلاس، تهران: نشر کیا.
- داوری‌اردکانی، رضا (۱۳۷۴). فلسفه چیست؟ تهران: پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، چاپ دوم.
- دلشادتهرانی، مصطفی (۱۳۷۹). ماه مهر پرور: تربیت در نهج البلاغه، تهران: نشر دریا، چاپ دوم.
- رشاد، علی اکبر (۱۳۸۰). دانشنامه امام علی (علیه السلام)، تهران: نشر آثار پژوهشگاه فرهنگ و اندیشه اسلامی، چاپ اول.
- سرمه، غلامعلی (۱۳۷۹). نگرش کاربردی بر روش‌های تدریس و هنر معلمی، تهران: نشر آوای نور.
- ضمیری، محمدعلی (۱۳۷۴). آموزش و پرورش (اصول و مبانی- اصول و فلسفه)، انتشارات راهگشا.
- قورچیان، نادرقلی و دیگران (۱۳۷۷). نظریه‌های یادگیری و نظریه‌های فراساخت در فرایند یاددهی- یادگیری، تهران: انتشارات تربیت.
- ملکی، حسن (۱۳۸۷). برنامه‌های درسی و پرورش تفکر، تهران: نشر انجمن اولیا و مربیان، چاپ سوم.
- مهر محمدی، محمود (۱۳۸۷). باز اندیشی فرایند یاد دهی-یادگیری، تهران: نشر مدرسه، چاپ سوم.
- مهرمحمدی، محمود و عابدی، لطفعلی (۱۳۸۰). ماهیت تدریس و ابعاد زیباشناختی آن، مجله مدرس
- هنری، توماس، بزرگان فلسفه، ترجمه فریدون بدره‌ای تهران، کیهان، ۱۳۶۴.
- Benson, H. H. (2000). Socratic wisdom: The model of knowledge in Plato's early dialogues. Oxford University Press.
- Bruner, J. S. (1961). The act of discovery. Harvard Educational Review, 31(1), 21-32.
- Fine, G. (2014). Plato on knowledge and forms: Selected essays. Oxford University Press.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. Handbook of research on mathematics teaching and learning, 65-97.
- Hoffer, A. (1981). Mathematical methods and their applications. Prentice-Hall.



- Languibesi, A. (2019). The role of visual aids and analogy in teaching mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 98(3), 345-358.
- N. D. Goodman(1985). Mathematics as an objective science, In T. Tymoczko, (ed.), new direction in the philosophy of mathematics, Brikhauser, Boston 79-94.
- Plato. (1997). Meno. In J. M. Cooper (Ed.), *Plato: Complete Works* (pp. 870-897). Hackett Publishing.
- Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. Routledge.
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Pearson Education.
- Vlastos, G. (1994). *Socratic studies*. Cambridge University Press.



Teaching Area in Mathematics: Lessons from Socrates and Meno

Sajjad Abdizadeh^۱, Mohammad Hassan Karimi^۲, Fariba Khoshbakht^۳, and Mohammad Hassan Haghighi^۴

Abstract

This article explores various methods of teaching area in mathematics, with a particular focus on the Socratic approach and identity-based methods. The main goal is to enhance students' conceptual understanding of the area of geometric shapes—an understanding that is often reduced to memorization of formulas and superficial techniques. Given the importance of critical thinking and problem-solving, the article employs Socratic methods to encourage students not only to use formulas but also to develop the ability to discover and reason through geometric concepts. Through a range of examples and exercises, the instructional processes related to the area of squares, rectangles, triangles, and parallelograms are examined. Furthermore, the article highlights the importance of using identity-based approaches in teaching area, enabling students to better understand the relationships between different area formulas through comparison and alignment of geometric properties.

Keywords: Socrates, Plato, Education, Area

^۱. Corresponding Author: PhD Student in Philosophy of Education, Shiraz University, Fars, Iran; saa80232@gmail.com

^۲. Assistant Professor of Philosophy of Education, college of Education and Psychology, Shiraz University, Fars, Iran; karimivoice@shirazu.ac.ir

^۳. Associate Professor, college of Education and Psychology, Shiraz University, Fars, Iran;

^۴. Associate Professor, college of Science, Department of Mathematics, Shiraz University, Fars, Iran; shirdareh@shirazu.ac.ir